

KIYI SULARINDA SAYISAL MODELLEME UYGULAMALARI: ISTANBUL BOĞAZINDA AKIŞ VE KİRLİLİK TAŞINIMI

Oğuz ÖZEN, Haluk ÖRS

Boğaziçi üniversitesi, Makine Müh. Böl. PK. 1. Bebek 80815 İstanbul

ÖZ

Sığ su denklemleri temel alınarak kıyı sularında akışkan hareketi sayısal olarak elde edilmiştir. Sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak uzayda ayrıklaştırılan denklemler zamana bağlı olarak çözülmektedir. Kullanılan elemanlar lineer üçgen elemanlar olup GMRES tipi çözücü sayesinde hafıza gereksinimleri azalmaktadır.

Modelin uygulama alanı olarak İstanbul boğazı seçilmiş olup ilk olarak iki deniz arasındaki basınç gradyeninden kaynaklanan akış incelenmiş daha sonra bu akış modeline rüzgar yüklemeleri yapılmış ve en son olarak herhangi bir noktadaki kirlilik kaynağından akış sonucu oluşan taşınım incelenmiştir.

1. GİRİŞ

İstanbul boğazı ortalama olarak 1 km. genişliğinde ve 30 km. uzunluğunda Karadenizi Marmara denizine bağlayan bir kanal görünümündedir. Boğazın her iki yakasında 10 milyondan fazla nüfus yaşamakta olup gün geçtikçe artan deniz trafiği bu nüfus ve çevre için sürekli bir tehdit oluşturmaktadır. Güncelliğini koruyan Azeri petrolünün Boğazlar yolu ile taşınmasıyla tanker trafiği ve kaza ihtimali daha da artacaktır. Independenta ve Nasia gibi tecrübeleri de düşünürsek tehdidin büyüklüğü görülmektedir. Bu çalışmanın amaçlarından biri de böyle bir kaza anında kirliliğin yayılmasını belirlemek ve böylece kontrol edilmesine yardımcı olmaktır.

Boğazda gel-git etkisinin hemen hiç olmamasından dolayı akışın temel sebebi Karadeniz ve Marmara denizi arasındaki 40-50 cm.lik seviye farkının yarattığı basınç gradyenidir ve bu Karadeniz'den Marmara'ya doğru yüzey kesimlerde saatte 2-4 km.lik bir akıntı yaratır. Ayrıca iki deniz arasındaki tuzluluk farkının yarattığı yoğunluk gradyeni sebebiyle derin seviyelerde ters yönde bir akıntı da mevcuttur.

Karmaşık topografi yüzünden ana akıntıdan değişik yönde ve süratte lokal akıntılar da oluşmaktadır. Böyle karmaşık bir akış alanını modelleyebilmek için oldukça hassas ağ yapısına sahip 3-boyutlu bir modele ihtiyaç duyulmaktadır fakat bu, büyük bilgisayar kapasitesi ve uzun çözüm zamanları gerektirmektedir. Halbuki kirlilik taşınımında birkaç saatlik sürenin önemi, ayrıca dominant faktörün yüzey akıntıları olduğu göz önüne alınarak 2-boyutlu Sığ Su modeli tercih edilmiştir.

Sığ su denklemleri akışkanın dikey yöndeki ivmelenmesi ihmal edildiği durumlarda Navier-Stokes denklemlerine iyi bir yaklaşımdır. Fakat dikey yönde gradyenler yok olmakta ve çözümler gerçekten uzaklaşmaktadır. Benzer çalışmalar Thames Nehri ve Tokyo Körfezi [1],[2] için yapılmış olup İstanbul Boğazı için seçilen bu modelin gerçekçi bir hassasiyetle simülasyonu sağlayacağı beklenmektedir.

2. ISTANBUL BOĞAZINDA AKIŞ

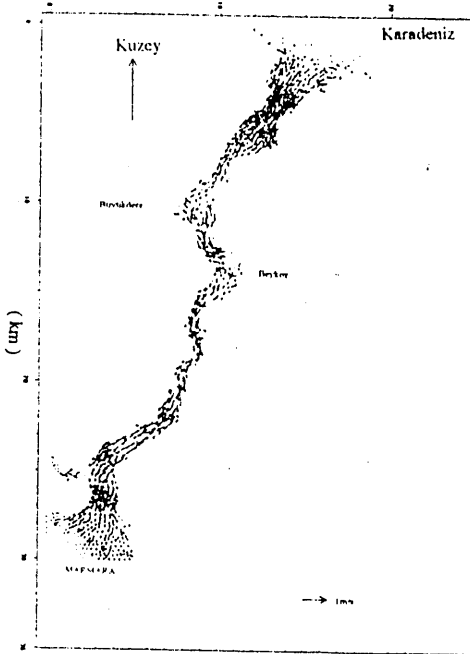
Sonlu elemanlar yöntemi kompleks geometrileri çözüm kapasitesiyle tercih sebebidir. Bununla beraber formülasyon sonunda oluşturulan sparse matrisin çözümü başlıca sorun olmuştur. Saad'ın [3] geliştirdiği GMRES (Generalized Minimal Residual) metodu sayesinde matristen bağımsız çözümler geliştirilmiştir. Böylece büyük ölçekli problemler düşük kapasiteli bilgisayarlar ile çözülebilmektedirler.

Çözüme her yerde 0 (sıfır) su seviyesi verilerek başlanmıştır, sadece Karadeniz sınırında sabit 50 cm. yükseklik verilmiştir -iki deniz arasındaki ölçülmüş seviye farkı-. Bu fark bir yerçekim dalgası oluşturur ve boğazı yaklaşık 3000 saniyede geçen bu dalganın ilerlemesiyle beraber alandaki akış da oluşmaktadır. Bu zamandan sonra ise kararlı hal oluşmaktadır. (Şek. 1) Bu hız dağılımı daha sonra ilave edilecek rüzgar şartları ve kirlilik uygulamaları için başlangıç durumu olarak kullanılmaktadır.

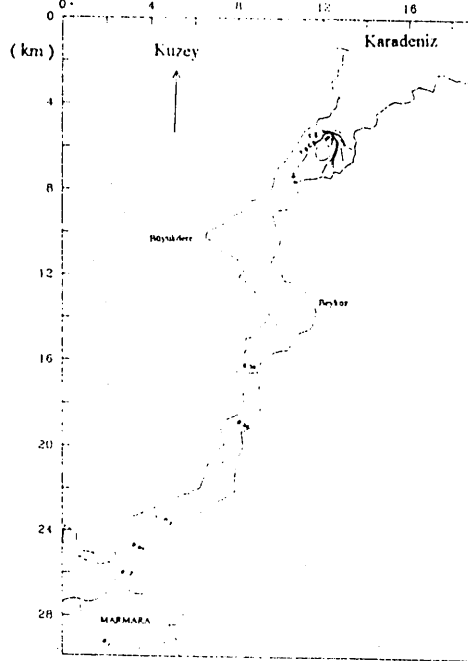
3. KİRLİLİK TAŞINIMI

Yukarıda elde edilen akış alanına bir kirlilik kaynağından taşınım ve konsantrasyonu tespit için zamana bağlı konveksiyon-difüzyon denklemleri kullanılmaktadır. Derinlik ortalaması alınmış transport denklemi:

$$\frac{\partial(HC)}{\partial t} + \frac{\partial(HUC)}{\partial x} + \frac{\partial(HVC)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(HD \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(HD \frac{\partial C}{\partial y} \right) + HS$$



Şekil 1: Boğazdaki akış, t = 3000 sn., kararlı hal, rüzgarsız ortam.



Şekil 2: Karadeniz girişindeki bir kirlilik kaynağından kirliliğin konsantrasyon dağılımı, t = 100000 sn., rüzgarsız ortam.

Süreklilik denklemi:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(HU)}{\partial x} + \frac{\partial(HV)}{\partial y} = 0$$

Burada H toplam su yüksekliğini, U, V derinlik ortalaması alınmış yatay yöndeki hız komponentlerini, C derinlik ortalaması alınmış kirlilik konsantrasyonunu, D diffüzyivite katsayısını, S ise kaynak terimini ifade etmektedir. Bu denklemlerin uygulandığı domain $(\Omega \subset \mathbb{R}^2)$ ise $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ tarafından sınırlandırılmış olup Γ_1 kara, Γ_2 ise deniz sınırlarıdır ve sınır şartları

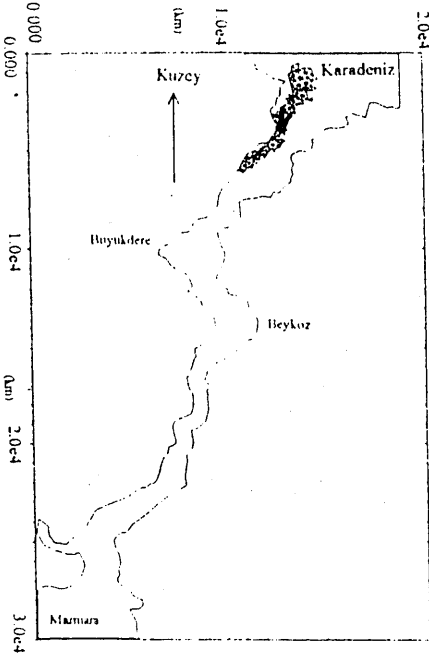
$$\begin{aligned} \Gamma_1 \text{ için} \quad C &= \bar{C} \\ \Gamma_2 \text{ için} \quad \mathbf{n} \cdot \nabla C &= -\bar{q} \end{aligned}$$

verilmiştir. Burada \bar{q} sınırdaki akışı, \mathbf{n} ise birim normal vektörü göstermektedir.

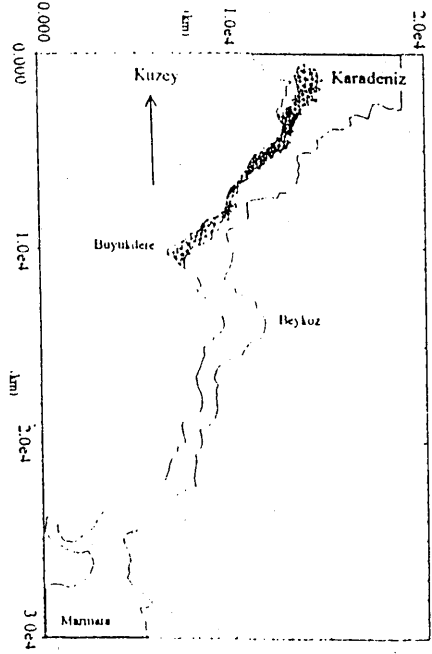
Akış alanımız lineer üçgen elemanlara bölünmüş olup çözüm için 2791 eleman ve 1562 düğüm noktası kullanılmıştır. Üçgenlerin kenar boyutları 100 metreler seviyesindedir. Değişkenler bu elemanlara ait nodal değerler olarak ağırlık fonksiyonları ϕ_j ile çarpılarak ifade edilmektedir.

$$H = H_j \phi_j; C = C_j \phi_j; U = U_j \phi_j; V = V_j \phi_j$$

Sonlu eleman formülasyonu için bilinmeyenlerin yerine bu fonksiyonları; ağırlık fonksiyonları olarak da şekil fonksiyonlarını kullanıyoruz ve tüm domain



Şekil 3: Karadeniz girişindeki bir kirlilik kaynağından kirliliğin taşınımı, rüzgar kuzeyden 20 km./sa. , t = 20000 sn.



Şekil 4: Karadeniz girişindeki bir kirlilik kaynağından kirliliğin taşınımı, rüzgar kuzeyden 20 km./sa. , t = 50000 sn.

üzerinde integre ettiğimizde denklem sistemimiz aşağıdaki formu almaktadır:

$$\sum_{j=1}^{Nel} \left\{ \begin{array}{l} \bar{\phi}_i \phi_j \frac{dC_j}{dt} + (U_k \phi_k) \bar{\phi}_i \frac{\partial \phi_j}{\partial x} C_j + (V_k \phi_k) \bar{\phi}_i \frac{\partial \phi_j}{\partial y} C_j + \\ \frac{D}{H_k \phi_k} \left(\bar{\phi}_i \frac{\partial \phi_j}{\partial x} + \bar{\phi}_i \frac{\partial \phi_j}{\partial y} \right) - S_j \bar{\phi}_i \phi_j \end{array} \right\} d\Omega = \int_{r_i} \bar{q} \bar{\phi}_i dI$$

Bilindiği gibi Konveksiyon-Difüzyon denklemlerinin çözümünde en büyük sorun 'Peclet' ve CFL sayılarıdır. CFL şartı zaman aralıkları için bir sınır getirmektedir Zaman integrasyonu için trapezoidal kuralı kullanılmış olup implisit çözüm tercih edilmiştir böylece kararlı bir çözüm elde edilmektedir. Çözümlerde 2 saniyelik sabit zaman aralığı kullanılmıştır. Diffüzyon katsayısını 10 m²/san. gibi gerçekçi bir değer kullanmak yüzünden karşılaşılan yüksek 'Peclet' sayısı ise Hughes'ın [4] gösterdiği SUPG (Streamline Upwind Petrov-Galerkin) formülasyonu ile çözülmüştür.

Şek.2 de rüzgarsız bir ortamda boğaz girişinde bir noktadaki kirlilik kaynağından 100000 san. sonraki konsantrasyon dağılımı gösterilmiştir. Lagrangian yöntemi kullanılarak çeşitli rüzgar şartları ve kirlilik noktaları için çözümler elde edilmiştir. Şekil 3 ve 4 de Karadeniz girişindeki bir kirlilik kaynağından, kuzeyden saatte 20 km. rüzgar ortamında başlangıçtan 20.000 ve 50.000 saniye sonraki kirlilik taşınımı gösterilmiştir.

Şekillerden de görüldüğü gibi kirlilik çok büyük bir hızla taşınmaktadır. Gün geçtikçe artan deniz trafiğini düşünersek bu; boğazın her iki yakasında yaklaşık 10 milyon insan yaşayan İstanbul şehri ve çevre için büyük bir tehdit oluşturmaktadır. Bu çalışmanın başında donanım kapasitesinin de getirdiği yaklaşımlar sonucu yapılan yaklaşımlar bizi tam bir simulasyondan uzaklaştırmaktadır. Bunun daha hassas bir ağ yapısı ve kalibrasyon çalışmalarıyla çözüleceğine inanıyor, bu çalışmanın da boğazda olabilecek bir kaza sonucu oluşacak kirliliğin kontrolü için yapılacak çalışmalara bir başlangıç olacağını düşünüyoruz.

KAYNAKLAR

- [1] H. B. Fischer, 'Transport models for inland and coastal waters', Academic Press, 1981.
- [2] K. Kashiwama, H. Ito, M. Behr ve T. Tezduyar, 'Massively paralell finite element computation of shallow water flows and contamination transport' AHPCRC 94-001 Preprint, 1994.
- [3] Y. Saad ve M. Schultz, GMRES: A generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems. SIAM J. Sci. and Comp. 7, sf. 856-869, 1986.
- [4] A. N. Brooks ve T. J. R. Hughes, 'Streamline upwind Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations', Comp. Meths. in App. Mech. and Eng., 32, sf. 199-259, 1982